Dr. Martin Bies
Max Mayer

Übungsblatt 4

Abgabefrist: **21. Juni 2024 um 10:00 Uhr**

Aufgabe 1 Bezeichne mit I das Intervall $[-1, 1]$ und betrachte den topologischen Raum $X = I \times \{0, 1\}$. Definiere die Relation $\sim$ durch

$$(t, 0) \sim (t, 1) \text{ für alle } t \in I \setminus \{0\}.$$

Zeigen Sie, dass $X/\sim$ weder Hausdorffsch noch normal ist.

Aufgabe 2 Geben Sie ein Beispiel einer endlichen Gruppe G an, die auf einem topologischen Raum X nicht-trivial operiert, sodass die aus der Vorlesung bekannte Abbildung

$$\varphi_g : X \to X, x \mapsto g \cdot x$$

stetig für jedes $g \in G$ ist.
Geben Sie auch ein Beispiel für eine Gruppenoperation an, sodass es ein $g \in G$ gibt mit unstetigem φ_g.

Aufgabe 3 Zeigen Sie, dass D^2/S^1 homöomorph zu S^2 ist.
Hinweis: Stellen Sie sich den Vorgang bildlich vor. Legen Sie eine Kugel auf eine kreisförmige Folie und wickeln Sie die Kugel darin ein.

Aufgabe 4 Zeigen Sie: Die Räume $\mathbb{P}^2$ und $D^2/\sim$ mit $z \sim -z$ für alle $z \in S^1$ sind homöomorph.